順天堂大学医学部の数学

問題の傾向と対策

2001 年から考察してみると，2001 年，2002 年は大問 4 題の出題であり次のような構成であった。

01 大問 1 答えのみ　大問 2～4 が記述形式

02 大問 1～大問 3 が空所補充形式　大問 4 が記述

2003～2018 年までは一貫して大問 3 題構成であり，次のような構成となっている。

大問 3 題構成

大問 1 小問集合 (1)～(4)または(5)(18 は 3 題)

大問 2 誘導形式の大問

大問 3 定義・証明が中心（記述）

基本的な出題形式は 01～16 まで変わっておらず**試験時間は 70 分**である。出題される問題は標準的な問題が中心であるが，実際解いてみると計算量が多く 70 分で全問解答するのが難しいことがわかる。そのため，当然ではあるができるところから確実に解いていく姿勢が求められる。

また，順天堂の特徴である定義・定理の証明についての出題は 03 からであるが，大問 3 で証明に関する出題はそれ以前から出題されている。以下で，大問ごとの特徴を述べたい。

大問 1

小問集合であるが近年の傾向として，単問というよりも中問から大問に近い問題になっている。特に，一題で多くのことをさせる傾向があり，基本的に誘導形式である。しかし，中には関連性がつかみづらいこともあるため，最後の問題がわかる場合は誘導を無視して解き切る判断力も必要である。

19，18 年度は小問が 3 題になり例年に比べて少なくなった。19 は(1)複素数平面から$\frac{2}{7}\pi$がらみの問題，(2)集合と命題，(3)リサージュ曲線など典型題が目立った。

大問 2

一つのテーマに対する誘導型の問題であるが，全部解答できなくてもところどころ解答できるところがあるため，文章全体をくまなく読みわかるところから解答する必要がある。19 年度は「漸化式と極限」から出題。(4)は漸化式をグラフを用いて考えるテーマで，解いた経験があると取り組みやすかったと思われる。

大問 3

記述形式の出題となっている。順天堂大学の数学の特徴でもある定義・定理の出題は 03 年「対数法則の証明」から始まり，その後も出題が目立つ。19 年度は「ユークリッドの互除法に関する定義・定理」について出題。結論だけを知っている生徒は多いと思われるが，教科書の定理まで証明する練習をしてい者と出来不出来が明確になったと思われる。17 年度の「Jensen の不等式」のように有名問題としての出題ではなく，以前のように，日頃から問題を解くだけでなく定義・定理を理解しているかが問われる出題であった。

$\boxed{\text{I}}$

$\boxed{}$に適する解答をマークせよ。ただし，同じ記号の$\boxed{}$がある場合は同一の値がはいる。

(1)xy 平面上の原点 O 以外の点 P(x，y)に対して，点 Q を次の条件を満たす平面上の点とする。

(A)Q は，O を始点とする半直線 OP 上にある。

(B)線分 OP の長さと線分 OQ の長さの積は 1 である。

Q の座標(X，Y)として点 Q の座標をを x，y を用いて表すと，

$$X=\frac{\boxed{\text{ア}}\,x}{x^{\boxed{\text{イ}}}+y^{\boxed{\text{ウ}}}},\quad Y=\frac{\boxed{\text{エ}}\,y}{x^{\boxed{\text{オ}}}+y^{\boxed{\text{カ}}}}$$

となる。よって，X，Y は x，y を用いて，$x=\dfrac{\boxed{\text{キ}}\,X}{X^{\boxed{\text{ク}}}+Y^{\boxed{\text{ケ}}}}$，$y=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}\,Y}{X^{\boxed{\text{コ}}}+Y^{\boxed{\text{サ}}}}$

と表せる。これらを用いて以下の軌跡を考えると，

P が円$(x-1)^2+(y-1)^2=2$ 上の原点以外の点を動くときの Q の軌跡は

直線 $\boxed{\text{ス}}\,x+\boxed{\text{セ}}-\boxed{\text{ソ}}=\boxed{\text{タ}}$上を動く。

また点 P が円$(x-1)^2+(y-1)^2=4$ 上を動くときの Q の軌跡は，中心$\left(\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\right)$

半径$\boxed{\text{ナ}}$上の円周上を動く

(2)n を正の整数とし，$\{1，2，3，\cdots\cdots，n\}$のうち，n と互いに素であるものの個数を $g(n)$で表す。

次の問に答えよ。

(i)$g(3^3)=\boxed{\text{ア}}$。

(ii)k は正の整数とすると，$g(5^k)=\boxed{\text{イ}}\cdot\boxed{\text{ウ}}^{k}$。

(iii)k，l は正の整数とすると，$g(2^k\times3^l)=\boxed{\text{エ}}^{k}\cdot\boxed{\text{オ}}^{l}$。

(3)複素数 a_n ($n=1$，2，…)を次のように定める。

$$a_1=1+i,\quad a_{n+1}=\frac{a_n}{2a_n-3}$$

ただし，i は虚数単位である。このとき以下の問に答えよ。

$$a_2=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}-\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}i$$ より，複素数平面上で 3 点 0，a_1，a_2 を通る円の方程式は

$$|z-\boxed{\text{オ}}|=\boxed{\text{カ}}\ \cdots\cdots(☆)$$

と表すことができる。

このとき，すべての a_n は(☆)で求めた円上にあることを示したい。

$\dfrac{1}{a_n}=b_n$ と置くと，$b_{n+1}=\boxed{\text{キ}}-\boxed{\text{ク}}b_n$

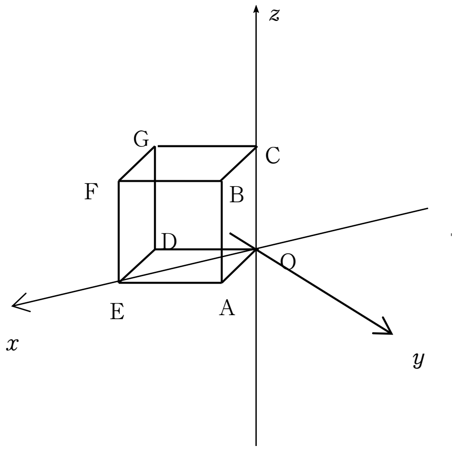
よって，$a_n=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}-(-\boxed{\text{サ}}^{n-1}\cdot i)}$

これより，$a_n-1=\dfrac{\boxed{\text{シ}}-\boxed{\text{ス}}^{n-1}+\boxed{\text{セ}}(-\boxed{\text{ソ}})^{n-1}\cdot i}{\boxed{\text{タ}}+\boxed{\text{チ}}^{n-1}}$

となり，$|a_n-1|=1$ となるのですべての a_n は(☆)上に存在する。

II

xyz 空間に 1 辺の長さ 1 の立方体 OABC−DEFG があり，図のように頂点 O が原点に，E が x 軸の正の部分に，C が z 軸の正の部分に置かれている。いま，この立方体を x 軸のまわりに回転させるとき以下の問に答えよ。



xy 平面において，立方体の辺 BC が通過する部分を M とする。図形 M を表す方程式を求めたい。

平面 $x=t\left(\boxed{\text{ア}}\leqq t\leqq\dfrac{1}{\boxed{\text{イ}}}\right)$と x 軸，辺 BC，辺 OA との交点をそれぞれ P，Q，R とすると，

P($\boxed{\text{ウ}}t$，0，0)，Q($\boxed{\text{エ}}t$，$\boxed{\text{オ}}t$，$\boxed{\text{キ}}$)，R($\boxed{\text{カ}}t$，$\boxed{\text{キ}}t$，0)と表せる。

点 Q を x 軸のまわりに回転して，xy 平面に到達したときの点を Q′(x，y，0)とすると，

$x=\boxed{\text{ク}}t$，$y=\pm\sqrt{t^2+\boxed{\text{ケ}}}$，$z=\boxed{\text{コ}}$，　$0\leqq t\leqq\dfrac{1}{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}$

よって，M は双曲線の一部で，

$$\boxed{\text{サ}}x^2-\boxed{\text{シ}}y^2=\boxed{\text{ス}},\ z=\boxed{\text{コ}},\ \ 0\leqq x\leqq\frac{1}{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}\cdots(☆)$$

次に，xy 平面において立方体の面 OABC が通過する部分の領域について考える。

xy 平面上で面 OABC が通過する部分は $x\geqq0$，$y\geqq0$ または $x\geqq0$，$y\leqq0$ の部分である。

$x\geqq0$，$y\geqq0$ のとき，

辺 BC が通過する部分は(☆)より，

$y=\sqrt{x^2+\boxed{\text{セ}}}$，$z=\boxed{\text{コ}}$，　$0\leqq x\leqq\dfrac{1}{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}\cdots$①

また，辺 OA が通過する部分は，

$\boxed{\text{ソ}}x-\boxed{\text{タ}}y=\boxed{\text{チ}}$，$z=\boxed{\text{ツ}}$，$0\leqq x\leqq\dfrac{1}{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}\cdots$②

したがって，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$ のとき xy 平面上で面 OABC が通過する部分は①と②で囲まれた部分であり図 $\boxed{\text{テ}}$ を表す。

また，$x \geqq 0$，$y \leqq 0$ の部分は，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$ のとき xy 平面上で面 OABC が通過する部分は①と②で囲まれた部分と x 軸に関して対称となる。

ゆえに，求める領域は図 $\boxed{\text{ト}}$ の斜線分となり境界線はすべて含む。

$\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$ は下図の中か選び番号をマークせよ。

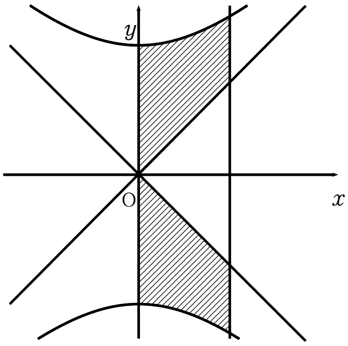


図 1

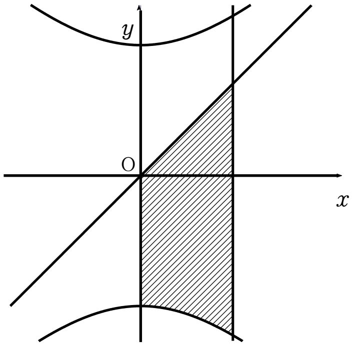


図 2

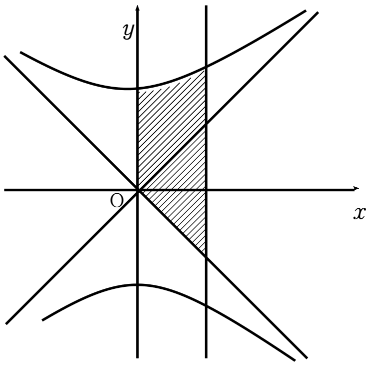


図 3

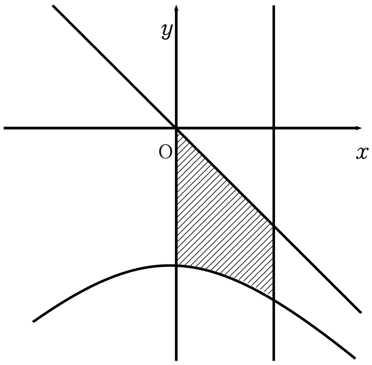


図 4

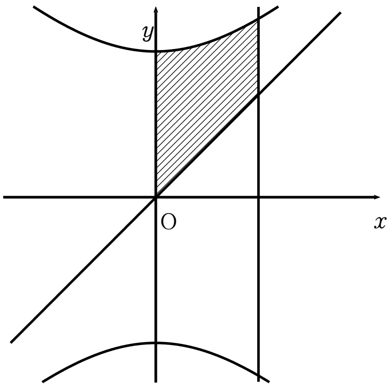


図 5

$\boxed{\text{III}}$

関数 $f(x)$はすべての実数 x に対して $f''(x)=-f(x)$を満たし，かつ $f(0)=1$，$f'(0)=0$ とする。次の事柄を証明せよ。

(1)すべての実数 x に対して，$\{f(x)\}^2+\{f'(x)\}^2=1$ が成り立つ。

(2)正の実数 x に対して，$1-\dfrac{x^2}{2} \leqq f(x) \leqq 1-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^4}{24}$ が成り立つ。

(3)$f(x)=0$ は区間 $0<x<2$ にただ 1 つの解をもつ。

解　答・解　説

$\boxed{\text{I}}$

OP・OQ＝1

$\Leftrightarrow\sqrt{x^2+y^2}$・OQ＝1

$\therefore \mathrm{OQ}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\frac{\mathrm{OQ}}{\mathrm{OP}}\overrightarrow{\mathrm{OP}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\overrightarrow{\mathrm{OP}}$$

$$=\frac{1}{x^2+y^2}\overrightarrow{\mathrm{OP}}$$

$\therefore X=\dfrac{x}{x^2+y^2}$（ア～ウ），$Y=\dfrac{y}{x^2+y^2}$（エ～カ）

よって，$x=(x^2+y^2)\mathrm{X}$…①，　$y=(x^2+y^2)\mathrm{Y}$…②

①，②を 2 乗して辺々を加えると，

$x^2+y^2=(x^2+y^2)^2(\mathrm{X}^2+\mathrm{Y}^2)$

$\therefore x^2+y^2=\dfrac{1}{X^2+Y^2}$

①，②より，

$x=\dfrac{X}{X^2+Y^2}$ …③（キ～ケ），$y=\dfrac{Y}{X^2+Y^2}$ …④（コ～シ）

$(x-1)^2+(y-1)^2=2$ に③，④に代入して

$$\left(\frac{X}{X^2+Y^2}-1\right)^2+\left(\frac{Y}{X^2+Y^2}-1\right)^2=2$$

$\Leftrightarrow\{X-(X^2+Y^2)\}^2+\{Y-(X^2+Y^2)\}^2=2(X^2+Y^2)^2$

$\Leftrightarrow X^2+Y^2-(2X+2Y)(X^2+Y^2)+2(X^2+Y^2)^2=2(X^2+Y^2)^2$

$\Leftrightarrow 1-2X-2Y=0\ (\because X^2+Y^2>0)$

X，Y を x，y に戻して $2x+2y-1=0$

よって，直線 $2x+2y-1=0$（ス～タ)を動く

(2)$(x-1)^2+(y-1)^2=4$ に③，④に代入して

$$\left(\frac{X}{X^2+Y^2}-1\right)^2+\left(\frac{Y}{X^2+Y^2}-1\right)^2=4$$

$\Leftrightarrow\{X-(X^2+Y^2)\}^2+\{Y-(X^2+Y^2)\}^2=4(X^2+Y^2)^2$

$\Leftrightarrow X^2+Y^2-(2X+2Y)(X^2+Y^2)+2(X^2+Y^2)^2=4(X^2+Y^2)^2$

$\Leftrightarrow X^2+Y^2+X+Y-\dfrac{1}{2}=0$

$\Leftrightarrow \left(X+\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(Y+\dfrac{1}{2}\right)^2=1$

X，Y を x，y に戻して

$\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{1}{2}\right)^2=1$

よって，中心$\left(-\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{1}{2}\right)$（チ〜ト），半径 1(ナ)の円周上を動く。

(2)

$n=3^3=27$ より，1 から 27 までの整数で 27 と互いに素でないものは 3 の倍数である。

3 の倍数の個数は $27\div3=9$(個)

よって，$g(3^3)=27-9=18$ (個)(ア)

$n=5^k$ より，1 から 5^k までの整数で 5^k と互いに素でないものは 5 の倍数である。

5 の倍数の個数は $5^k\div5=5^{k-1}$(個)

よって，$g(5^k)=5^k-5^{k-1}=4\cdot5^k$ (個)(イ，ウ)

$n=2^k\times3^l$ より，1 から $2^k\times3^l$ までの整数で $2^k\times3^l$ と互いに素でないものは 2 の倍数または 3 の倍数である。

2 の倍数または 3 の倍数の個数は

$2^k\times3^l\div2+2^k\times3^l\div3-2^k\times3^l\div6$

$=2^{k-1}\times3^l+2^k\times3^{l-1}-2^{k-1}\times3^{l-1}$

$=3\times2^{k-1}\times3^{l-1}+2\times2^{k-1}\times3^{l-1}-2^{k-1}\times3^{l-1}$

$=4\times2^{k-1}\times3^{l-1}$

よって，

$g(2^k\times3^l)=2^k\times3^l-4\times2^{k-1}\times3^{l-1}$

$=6\times2^{k-1}\times3^{l-1}-4\times2^{k-1}\times3^{l-1}$

$=2\times2^{k-1}\times3^{l-1}$

$=2^k\times3^{l-1}$ (エ，オ)

(3)$a_2=\dfrac{a_1}{2a_1-3}=\dfrac{1+i}{-1+2i}=\dfrac{1}{5}-\dfrac{3}{5}i$（ア〜エ）

ここで，複素数平面上の点を座標平面上の点に対応させて考える。

$a_1=1+i$ は$(1,\ 1)$，$a_2=\dfrac{1}{5}-\dfrac{3}{5}i$ は$\left(\dfrac{1}{5},\ -\dfrac{3}{5}\right)$に対応する。また，求める円の方程式は原点を通るので

$(x-p)^2+(y-q)^2=p^2+q^2$…①

とおける。

①に$(1,\ 1)$，$\left(\dfrac{1}{5},\ -\dfrac{3}{5}\right)$をそれぞれ代入すると，

$(1-p)^2+(1-q)^2=p^2+q^2$…①

$\Leftrightarrow p+q=1$…②

$\left(\dfrac{1}{5}-p\right)^2+\left(-\dfrac{3}{5}-q\right)^2=p^2+q^2$

$\Leftrightarrow p-3q=1$ …③

②，③より，$p=1$，$q=0$

よって，①より，

$(x-1)^2+y^2=1$

したがって，複素数平面上で点 1 を中心とする半径 1 の円を表すので，

$|z-1|=1$…(☆)(オ，カ)

となる。

$a_1=1+i$，$a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2a_n-3}$ …④

$a_{n+1}=0$ とおくと，④より，$\dfrac{a_n}{2a_n-3}=0$

$a_n=0$ となるので，$a_n=a_{n-1}=\cdots=a_1=0$

これは，$a_1=1+i$ に反する。

したがって，$a_n\neq 0$ より，④の逆数をとると，

$\dfrac{1}{a_{n+1}}=2-\dfrac{3}{a_n}$

$\dfrac{1}{a_n}=b_n$ とおくと，

$b_{n+1}=2-3b_n$…㋐（キ，ク）

㋐の特性方程式

$\alpha = 2 - 3\alpha$ …㋑

$\therefore \alpha = \dfrac{1}{2}$

㋐−㋑より

$b_{n+1} - \alpha = 3(b_n - \alpha)$

$b_n - \alpha = (b_1 - \alpha) \cdot (-3)^{n-1}$

$\Leftrightarrow\ b_n = \left(-\dfrac{i}{2}\right) \cdot (-3)^{n-1} + \dfrac{1}{2}$

$\therefore a_n = \dfrac{2}{1-(-3)^{n-1} \cdot i}$ (ケ〜サ)

これが(☆)上に存在することを示す。すなわち，$|a_n - 1| = 1$ が成り立つことを示せばよい。

$$a_n - 1 = \frac{2}{1-(-3)^{n-1} \cdot i} - 1$$

$$= \frac{1+(-3)^{n-1} \cdot i}{1-(-3)^{n-1} \cdot i}$$

$$= \frac{1+(-3)^{n-1} \cdot i}{1-(-3)^{n-1} \cdot i} \cdot \frac{1+(-3)^{n-1} \cdot i}{1+(-3)^{n-1} \cdot i}$$

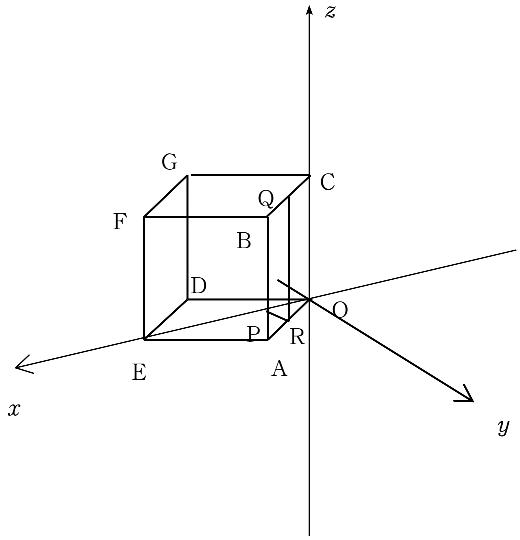
$$= \frac{1 - 9^{n-1} + 2(-3)^{n-1} \cdot i}{1+9^{n-1}}$$ (シ〜チ)

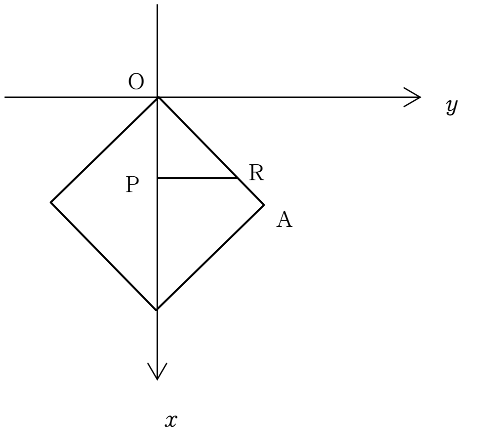
$$|a_n - 1|^2 = \frac{(1-9^{n-1})^2 + 4 \cdot 9^{n-1}}{(1+9^{n-1})^2} = \frac{(9^{n-1})^2 + 2 \cdot 9^{n-1} + 1}{(1+9^{n-1})^2} = 1$$

$|a_n - 1| \geqq 0$ より，$|a_n - 1| = 1$

ゆえに，すべての a_n は(☆)上に存在する。

II





図より $\mathrm{A}\left(\cos\dfrac{\pi}{4},\ \sin\dfrac{\pi}{4},\ 0\right)=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},\ \dfrac{1}{\sqrt{2}},\ 0\right)$と表せる。

$x=t\left(0\leqq t\leqq\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$（ア，イ）と x 軸，辺 BC，辺 OA との交点をそれぞれ P，Q，R とすると，

$\mathrm{P}(t,\ 0,\ 0)$（ウ），$\mathrm{Q}(t,\ t,\ 1)$（エ〜キ），$\mathrm{R}(t,\ t,\ 0)$（カ，キ）と表せる。点 Q を x 軸のまわりに回転して，xy 平面に到達したときの点を $\mathrm{Q}'(x,\ y,\ 0)$とすると，$\mathrm{PQ}=\sqrt{t^2+1}$ より，

$x=t$（ク），$y=\pm\sqrt{t^2+1}$（ケ），$z=0$（コ），$0\leqq t\leqq\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

t を消去して，$y=\pm\sqrt{x^2+1}$，$z=0$，$0\leqq x\leqq\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

よって，M は双曲線の一部で，

$$x^2-y^2=1\text{（サ〜ス）},\ z=0\text{（コ）},\ 0\leqq x\leqq\frac{1}{\sqrt{2}}\ \cdots(☆)$$

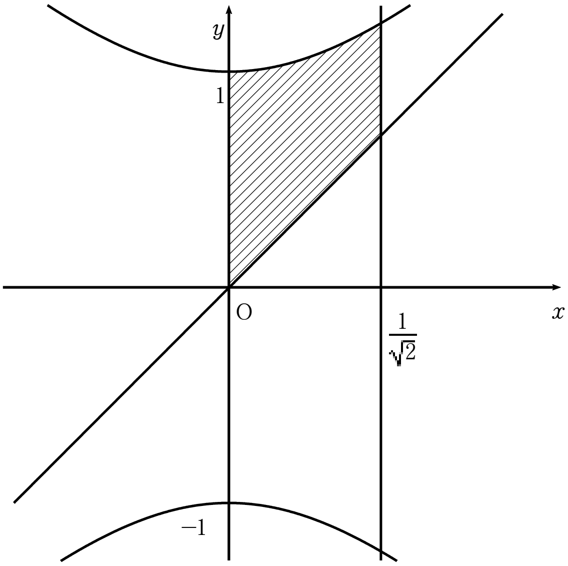
xy 平面上で面 OABC が通過する部分は $x\geqq 0$，$y\geqq 0$ または $x\geqq 0$，$y\leqq 0$ の部分である。
$x\geqq 0$，$y\geqq 0$ のとき，

辺 BC が通過する部分は(☆)より，$y=\sqrt{x^2+1}$（セ），$z=0$（コ），$0\leqq x\leqq\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cdots$①

また，辺 OA が通過する部分は，点 $\mathrm{R}(t,\ t,\ 0)$より，$x=t$，$y=t$ から t を消去して

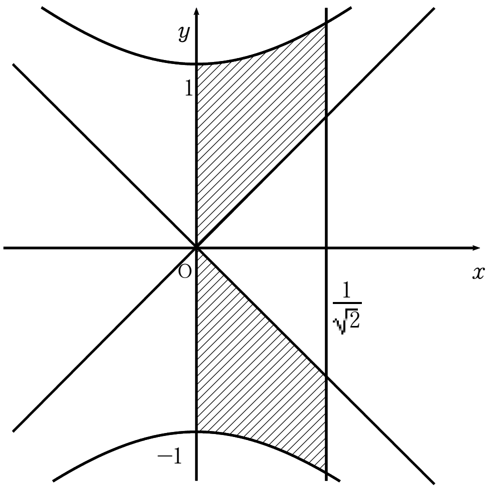
$x-y=0$（ソ〜チ），$z=0$（ツ），$0\leqq x\leqq\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cdots$②

したがって，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$ のとき xy 平面上で面 OABC が通過する部分は①と②で囲まれた部分である。(テ)(図 5)



また，$x \geqq 0$，$y \leqq 0$ の部分は，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$ のとき xy 平面上で面 OABC が通過する部分は①と②で囲まれた部分と x 軸に関して対称となる。

ゆえに，求める領域は図の斜線分となり境界線はすべて含む。(ト)(図 1)



$\boxed{\text{III}}$

$$\begin{cases} f''(x)=-f(x)\cdots① \\ f(0)=1\cdots② \\ f'(0)=0\cdots③ \end{cases}$$ とする。

(1)$F(x)=\{f(x)\}^2+\{f'(x)\}^2$ とおくと，

$F'(x)=2f(x)f'(x)+2f'(x)f''(x)$

$=2f'(x)\{f(x)+f''(x)\}$

$=2f'(x)\{f(x)-f(x)\}$ (∵①)

$=0$

よって，すべての実数 x の対して，$F(x)=C$(定数)と表せるので，②，③より

$C=F(0)=\{f(0)\}^2+\{f'(0)\}^2=1^2+0=1$

よって，$\{f(x)\}^2+\{f'(x)\}^2=1$ が成り立つ。

(2)正の実数 x に対して，$1-\dfrac{x^2}{2}\leqq f(x)\leqq 1-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^4}{24}$ が成り立つことを示す。

$1-\dfrac{x^2}{2}\leqq f(x)$を示す。

$g(x)=f(x)-\left(1-\dfrac{x^2}{2}\right)$とおくと，

$g'(x)=f'(x)+x$

$g''(x)=f''(x)+1=-f(x)+1$

ここで(1)より，　$\{f'(x)\}^2=1-\{f(x)\}^2\geqq 0$

$\therefore -1\leqq f(x)\leqq 1$

よって，$g''(x)\geqq 0$ より $g'(x)$は x の増加関数である。

また，$g'(0)=f'(0)+0=0$ (∵①) より，$g'(x)\geqq 0$

$x>0$ のとき，$g(x)$は増加関数となる。

また，$g(0)=f(0)-1=0$ (∵②)

よって，$x>0$ のとき，$g(x)\geqq 0$

$\therefore 1-\dfrac{x^2}{2}\leqq f(x)\cdots$㋐

$f(x)\leqq 1-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^4}{24}$ を示す。

$h(x)=\left(1-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^4}{24}\right)-f(x)$

$h'(x) = -x + \dfrac{x^3}{6} - f'(x)$

$\therefore h''(x) = -1 + \dfrac{x^2}{2} - f''(x)$

$= -1 + \dfrac{x^2}{2} + f(x)$ (∵①)

$\geqq 0$ (∵㋐)

よって，$x > 0$ のとき，$h''(x) \geqq 0$

よって，$h'(x)$は増加関数であり，$h'(0) = 0$ より，

$x > 0$ のとき，$h'(x) \geqq 0$ であるから $h(x)$は増加関数

また，$h(0) = 1 - f(0)$

$= 1 - 1 = 0$ (∵㋑)

よって，$x > 0$ のとき，$h(x) \geqq 0$

ゆえに，$f(x) \leqq 1 - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^4}{24}$…㋑

㋐，㋑より，$1 - \dfrac{x^2}{2} \leqq f(x) \leqq 1 - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^4}{24}$ ■

(3)(2)より $x > 0$ のとき，

$h'(x) = -x + \dfrac{x^3}{6} - f'(x) \geqq 0$

$\Leftrightarrow f'(x) \leqq \dfrac{x^3}{6} - x = \dfrac{x}{6}(x^2 - 6) < 0$ (∵$0 < x < 2$)

よって，$f(x)$は $0 < x < 2$ のとき単調減少となる。

また，$f(0) = 1 (> 0)$，㋑より，$f(2) \leqq 1 - \dfrac{4}{2} + \dfrac{16}{24} = -\dfrac{1}{3} (< 0)$

したがって，$f(x) = 0$ は $0 < x < 2$ にただ 1 つの解をもつ。